# TD – Performances réseaux

## File à serveurs hétérogènes

### 1. Serveurs homogènes

1) Notation de Kendall : M / M / 2 (/ F / inf / inf)
2) {dessin}
3) $\pi_2 = \frac{\lambda}{2\mu}\pi_1,\ \pi_3 = \frac{\lambda}{2\mu}\pi_2, \ldots \Rightarrow \pi_i = \left(\frac{\lambda}{2\mu}\right)^{i-1}.\pi_1, i \geq 1 \Rightarrow \pi_i = \rho^{i-1}\pi_1, avec\ \rho = \frac{\lambda}{2\mu}$

$$\pi_1 = \frac{\lambda}{\mu}\pi_0 \Rightarrow \pi_1 = 2\rho\pi_0 \Rightarrow \pi_i = 2\rho^i\pi_0, i \geq 1$$

$\pi_0 = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)$

Condition de stabilité :

$$\sum_{i=0}^{\infty}\pi_i = 1 = \pi_0\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty}2\rho^i\right) = \pi_0\left(1 + \rho\sum_{i=1}^{\infty}2\rho^{i-1}\right) = \pi_0\left(1 + \rho\sum_{j=0}^{\infty}2\rho^j\right)$$

$$= \pi_0\left(1 + 2\rho\frac{1}{1-\rho}\right) = \pi_0\left(\frac{1-\rho+2\rho}{1-\rho}\right)$$

condition de stabilité $\rho < 1$

4)

$$E[L] = \sum_{n=0}^{\infty}n.\pi_n = \sum_{n=0}^{\infty}n.2\rho^n\frac{1-\rho}{1+\rho} = 2\frac{1-\rho}{1+\rho}\sum_{n=0}^{\infty}n.\rho^n = 2\frac{1-\rho}{1+\rho}\times\frac{\rho}{(1-\rho)^2}$$

$$= \frac{2\rho}{(1+\rho)(1-\rho)} = \frac{2\rho}{1-\rho^2}$$

$$E[R] = \frac{E[L]}{\lambda} = \frac{2\frac{\lambda}{2\mu}}{\lambda(1-\rho^2)} = \frac{1}{\mu(1-\rho^2)}$$

### 2. Serveurs homogènes

C'est à cause de l'état 2 que le processus n'est pas de naissance et de mort (relié à 3 états).
Condition de stabilité $\lambda < 3\mu$